

Objectifs

Produire et utiliser une expression littérale, tester une égalité

Résoudre une équation

I. Expression littérale

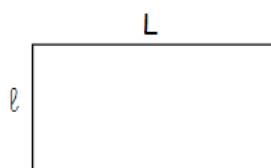
Définition

Une expression littérale est une expression dans laquelle figurent une ou plusieurs lettres.

Exemples

a) Périmètre du rectangle = $2 \times (L + \ell)$

C'est une expression littérale qui contient 2 variables appelées « L » et « ℓ ».



b) $A = x^2 + 3x + 2$ est une expression littérale qui contient une variable appelée « x ».

Définition

Réduire une expression littérale c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemple

Réduire $A = x^2 + 6x - 4x^2 + 12 + 3x$

$A = x^2 + 6x - 4x^2 + 12 + 3x$ (On regroupe les termes de « la même famille »)

$A = -3x^2 + 9x + 12$

II. Supprimer des parenthèses dans une somme

Règle 1

Dans une somme, toute parenthèse précédée du signe + peut être supprimée (avec son +) sans changer les signes de TOUS les termes à l'intérieur de la parenthèse.

Exemples

$A = -3 + (+4 + a)$

$A = (-3) + 4 + a$

$A = 1 + a$

$B = 2 + (+a - 5)$

$B = 2 + a - 5$

$B = -3 + a$

$C = a + (-5 - a)$

$C = a - 5 - a$

$C = -5$

Règle 2

Dans une somme, toute parenthèse précédée du signe - peut être supprimée (avec son -) à condition de changer les signes de TOUS les termes à l'intérieur de la parenthèse.

Exemples

$$A = -3 - (+4 + a)$$

$$A = (-3) - 4 - a$$

$$A = -7 - a$$

$$B = 2 - (+a - 5)$$

$$B = 2 - a + 5$$

$$B = 7 - a$$

$$C = a - (-5 - a)$$

$$C = a + 5 + a$$

$$C = 2a + 5$$

III. Calculer un produit

La multiplication étant commutative et associative, on regroupe les facteurs numériques puis les facteurs littéraux.

Exemples

$$A = 3y \times 4x$$

$$B = -x \times (-3x)$$

$$C = 2xy \times (-2x)$$

$$A = 3 \times y \times 4 \times x$$

$$B = -1 \times x \times (-3) \times x$$

$$C = 2 \times x \times y \times (-2) \times x$$

$$A = 3 \times 4 \times x \times y$$

$$B = -1 \times (-3) \times x \times x$$

$$C = 2 \times (-2) \times x \times x \times y$$

$$A = 12xy$$

$$B = 3x^2$$

$$C = -4x^2y$$

IV. Équations

a) Solutions d'une équation

Définition

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombre(s) inconnu(s).

Exemple

$x + 5 = 17$ est une équation d'inconnue x .

Définition

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs possibles de x (si elles existent) qui vérifient l'égalité, c'est-à-dire de sorte que l'égalité soit vraie. Chacune de ces valeurs est une **solution de l'équation**.

Exemples

1) Le nombre 3 est-il solution de l'équation $2x + 3 = 7$?

On remplace x par 3.

Calcul du 1^{er} membre : $2x + 3 = 2 \times 3 + 3 = 6 + 3 = 9$

Comme $9 \neq 7$, l'égalité n'est pas vérifiée pour $x = 3$.

Le nombre 3 n'est donc pas solution de cette équation.

2) Le nombre 2 est-il solution de l'équation $2x + 3 = 7$?

On remplace x par 2.

Calcul du 1^{er} membre : $2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$

Comme $7 = 7$, l'égalité est vérifiée pour $x = 2$.

Le nombre 2 est donc solution de cette équation.

b) Résoudre une équation

Propriété

On ne modifie pas une égalité lorsqu'on ajoute ou soustrait un même nombre à chacun de ses membres, ou lorsqu'on multiplie ou divise par un même nombre chacun de ses membres.

Exemples

1) $-2 + x = -3$

En ajoutant 2 à chacun des membres de l'égalité, on obtient : $-2 + x + 2 = -3 + 2$.

C'est-à-dire $x = -1$

2) $-5x = 10$

En divisant par -5 chacun des membres de l'égalité, on obtient $\frac{-5x}{-5} = \frac{10}{-5}$

C'est-à-dire $x = -2$.

Méthode de résolution d'équations

On considère l'équation d'inconnue x : $2x + 5 = 17$

1) On rassemble tous les termes constants dans l'autre membre de l'équation	$2x + 5 - 5 = 17 - 5$ $2x = 12$
2) On obtient la valeur de x . La seule valeur possible de x dans cette dernière équation est 6.	$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$ $x = 6$
4) On vérifie que 6 est bien solution de l'équation initiale, on teste alors l'égalité pour $x = 6$.	Premier membre : $2 \times 6 + 5 = 12 + 5 = 17$ Deuxième membre : 17
5) On conclut	L'équation admet une solution : 6