

I) Egalité :**a) Fractions égales**

Propriété : Lorsque l'on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, on obtient une fraction qui lui est égale

Pour tout $a ; b ; k$ $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$

avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$

Exemples : $\frac{-3}{5} = \frac{-3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{-12}{20}$ $\frac{9}{-15} = \frac{9 : (-3)}{-15 : (-3)} = \frac{-3}{5}$

$$\frac{-25}{-40} = \frac{5 \times (-5)}{8 \times (-5)} = \frac{5}{8} \quad \text{on a simplifié par } -5$$

b) Egalité des produits en croix

Une égalité de quotients revient à une égalité de produits (en croix) et réciproquement .

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$ } pour tout $a ; b ; c ; d$
 Si $a \times d = b \times c$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ } avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Exemple : les fractions $\frac{17}{15}$ et $\frac{221}{195}$ sont-elles égales ?

On calcule $17 \times 195 = 3\ 315$ et $15 \times 221 = 3\ 315$

Les produits en croix sont égaux donc $\frac{17}{15} = \frac{221}{195}$

II) Addition et soustraction :**a) de même dénominateur :**

On conserve le dénominateur commun

On ajoute (ou on soustrait) les numérateurs

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \text{pour tout } a ; b ; c \text{ avec } b \neq 0$$

Exemples :

$$\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{1+4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4+2-1}{3} = \frac{5}{3}$$

b) de dénominateurs différents :

On réduit les fractions au même dénominateur, puis on applique le a).

Exemples :

* Cas où l'un des dénominateurs est multiple de l'autre :

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{2 \times 2}{3 \times 2} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{4}{6} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{4-5}{6} \\ &= \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

* Cas quelconque :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{1 \times 3}{6 \times 3} + \frac{2 \times 2}{9 \times 2} \\ &= \frac{3}{18} + \frac{4}{18} \\ &= \frac{3+4}{18} \\ &= \frac{7}{18} \end{aligned}$$

III) Multiplication :

Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \text{ pour tout } a; b; c; d \text{ avec } b \neq 0 \text{ et } d \neq 0$$

Exemples : $\frac{4}{5} \times \frac{-7}{3} = -\frac{4 \times 7}{5 \times 3} = -\frac{28}{15}$

$$-2 \times \frac{-3}{7} = \frac{-2}{1} \times \frac{-3}{7} = +\frac{2 \times 3}{1 \times 7} = \frac{6}{7}$$

Pensez à SIMPLIFIER !!! $\frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} = \frac{\cancel{2} \times 5}{3 \times \cancel{2}} = \frac{5}{3}$

$$\frac{4}{3} \times \frac{-5}{2} = \frac{-4 \times 5}{3 \times 2} = \frac{-\cancel{2} \times 5}{3 \times \cancel{2}} = -\frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{14}{15} = \frac{5 \times 14}{4 \times 15} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{2} \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{5}} = \frac{7}{2 \times 3} = \frac{7}{6}$$

IV) Division :

a) inverse d'un nombre non nul :

Deux nombres sont **INVERSES** lorsque leur produit est égal à 1.

Pour tout a avec $a \neq 0$, l'inverse de a est $1 : a = \frac{1}{a}$

Pour tout a et b non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

Exemples : l'inverse de 2 est $\frac{1}{2} = 0,5$

on vérifie que $2 \times 0,5 = 1$

l'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$

on vérifie que $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{1 \times 3} = \frac{1}{1} = 1$

| | | | | | |
|---------|---------------|----------------|----------------|---|---|
| Nombre | $\frac{2}{3}$ | - 6 | $-\frac{4}{5}$ | 1 | 0 |
| Inverse | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{6}$ | $-\frac{5}{4}$ | 1 | |

L'inverse de 0 n'existe pas car $0 \times \dots = 0 \neq 1$

b) division :

Pour diviser par un nombre (non nul), on multiplie par son inverse.

Pour tout $a ; b$ avec $b \neq 0$

Exemple : $-3 : 2 = -3 \times \frac{1}{2} = -3 \times 0,5 = -1,5$

Pour tout $a ; b ; c ; d$

avec $b \neq 0 ; c \neq 0 ; d \neq 0$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples :

$$A = \frac{5}{3} : \frac{2}{7}$$

$$A = \frac{5}{3} \times \frac{7}{2}$$

$$A = \frac{5 \times 7}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{35}{6}$$

$$B = \frac{-2}{9} : 11$$

$$B = \frac{-2}{9} \times \frac{1}{11}$$

$$B = -\frac{2 \times 1}{9 \times 11}$$

$$B = -\frac{2}{99}$$

$$\frac{16}{15} : \frac{12}{25}$$

$$= \frac{16}{15} \times \frac{25}{12}$$

$$= \frac{16 \times 25}{15 \times 12}$$

$$= \frac{\cancel{4} \times 4 \times 5 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 3 \times 3 \times \cancel{4}}$$

$$= \frac{4 \times 5}{3 \times 3}$$

$$= \frac{20}{9}$$