TN 2 : Les puissances entières d'un nombre relatif

Dans toute la suite de la leçon, a désigne un nombre relatif et n est un nombre entier positif non nul

I) Puissances positives

Définition : a^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à a

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times a}_{n\ facteurs}$$

Exemples :

$2^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5\text{ fois}} = 32$ $(-3)^4 = \underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}_{4\text{ fois}} = 81$

Remarque importante :

Il ne faut pas confondre $(-3)^2$ *et* -3^2

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ *alors que* $-3^2 = -3 \times 3 = -9$

Cas particuliers

Si n=0, $a^0 = 1$
Si n=1, a^1= a
Si n=2, a^2 se lit « a au carré »
Si n=3, a^3 se lit « a au cube »

II) Puissances négatives

Définition : a^{-n} est **l'inverse** de a^n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ avec } a \neq 0$$

Exemples :

$$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$$

$$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{(-3) \times (-3)} = \frac{1}{9}$$

III) Propriétés sur les puissances

Soient a et b deux nombres relatifs et soient n et p deux entiers relatifs

On a :

$\boxed{1)\ a^n \times a^p = a^{n+p}}$

Exemple : $3^2 \times 3^3 = \underbrace{3 \times 3}_{2\text{ fois}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3\text{ fois}} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{5\text{ fois}} = 3^5$

$\boxed{2)\ a^n \times b^n = (a \times b)^n}$

Exemple : $5^2 \times 3^2 = \underbrace{5 \times 5}_{2\text{ fois}} \times \underbrace{3 \times 3}_{2\text{ fois}} = 5 \times 3 \times 5 \times 3 = 15 \times 15 = 15^2$

$\boxed{3)\ (a^n)^m = a^{n \times m}}$

Exemple : $(2^3)^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\ fois} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\ fois} = 2^{3\times 2} = 2^6$

$\boxed{4)\ \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$

Exemple : $\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2$