ABC est un triangle et I est le milieu de [AB]. La parallèle à (BC) passant par I coupe [AC] en J.

1) Construire une figure avec AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm

Données

2) Quelle conjecture peut-on faire sur la position du point J ?

………

Nous allons démontrer cette conjecture en trois étapes :

ETAPE 1 : Construire le point E symétrique de J par rapport à I.

- Nous allons démontrer que AJBE est un ……………………………………………………

BO …………… : définition de la symétrie centrale :

On sait que ……………………………………………… donc ……………………………………………………………

BO ……… : ………………………………………………………
…………………………………………………………
………………………………………………………… alors ………………………………………………………………

On sait que : …………………………………………………
…………………………………………………
………………………………………………… donc ………………………………………………………………

- En déduire que AJ = EB

BO I … : Si ……………………………………
…………………………………………… alors ……………………………………………………………

On sait que : …………………………………………………… donc …………………… et …………………………

ETAPE 2 :

- Nous allons démontrer que EBCJ est un ……………………………………

BO A 4) : Si un quadrilatère est un parallélogramme } alors ses côtés opposés sont …………………………

On sait que : …………………………………………………… donc ……………………… et ……………………………

c'est-à-dire : ……………………

BO ……… : ……………………………………………………………
………………………………………………………………
……………………………………………………………… } alors …………………………………………………………

On sait que : ……………………………………………………
……………………………………………………
…………………………………………………… } donc ………………………………………………………………

- En déduire que JC = EB

On applique à nouveau la BO I 4) :

On sait que : ………………………………………………………… donc …………… et ……………

ETAPE 3 : Démontrons que J est le milieu de [AC]

D'après l'étape 1, AJ = ………
D'après l'étape 2, JC = ……… } donne …………………………

BO ……… : définition du milieu :

On sait que J ∈ ……… et ……… = ……… donc ………………………………………………

Nous avons démontré le théorème suivant :

Si, dans un triangle, une droite passe par le ………… d'un côté et est ………………………… à un deuxième coté, } alors elle coupe le troisième côté en son …………………………

On sait que : ………………………………………………
………………………………………………
……………………………………………… } donc ………………………………………………………

Conséquence de cette démonstration : que peut-on dire des longueurs IJ et BC ?

BO I 1) : Si un point est le milieu d'un segment } alors il est à la même distance des extrémités de ce segment.

On sait que I est le milieu de [EJ] donc ………………………………………

On a : IJ = ………
D'après l'étape 2 : EJ = ……… } donne …………………………

Nous avons démontré le théorème de la BO I 9)