TG1 : Propriétés de Ppythagore

I) La racine carrée d'un nombre positif

Définition : a désigne un nombre positif.
La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a.
Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ (cela se lit : « racine carrée de a »)

Exemples :

$0^2=0$ donc $\sqrt{0}=0$ | $4^2=16$ donc $\sqrt{16}=4$ | $8^2=64$ donc $\sqrt{64}=8$

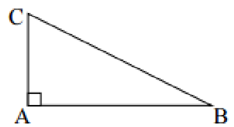
$1^2=1$ donc $\sqrt{1}=1$ | $5^2=25$ donc $\sqrt{25}=5$ | $9^2=81$ donc $\sqrt{81}=9$

$2^2=4$ donc $\sqrt{4}=2$ | $6^2=36$ donc $\sqrt{36}=6$ | $10^2=100$ donc $\sqrt{100}=10$

$3^2=9$ donc $\sqrt{9}=3$ | $7^2=49$ donc $\sqrt{49}=7$ | $11^2=121$ donc $\sqrt{121}=11$

II) Le Théorème de Pythagore

Propriété : Si un triangle est rectangle,alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés.



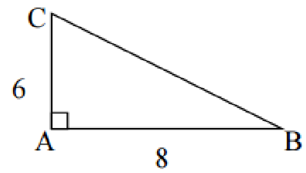
Si ABC est rectangle en A ,
Alors, $BC^2 = AC^2 + AB^2$

Exemples d'utilisations :

Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle quand on connait les 2 autres côtés.

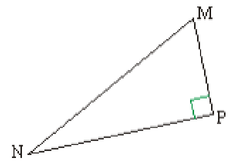
Exemple 1 :

Le triangle ABC est rectangle A, d'après le théorème de Pythagore, on a:



$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 6^2 + 8^2$
$BC^2 = 36 + 64$
$BC^2 = 100$
$BC = \sqrt{100}$ *(racine carrée de 100)*
$BC = 10 \leftarrow$ *calculatrice*

Exemple 2 :



On donne MP= 3 cm

Et MN = 7 cm

Dans le triangle MNP rectangle en P, d'après le théorème de Pythagore on a :

$MN^2 = MP^2 + PN^2$

$7^2 = 3^2 + PN^2$

$49 = 9 + PN^2$

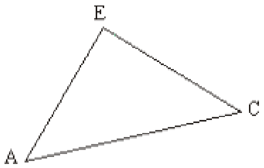
$PN^2 = 49 - 9 = 40$

PN = $\sqrt{40} \approx 6{,}32$ *cm arrondi au centième près*

III) Démontrer qu'un triangle est rectangle

Remarque : On doit connaitre les 3 côtés du triangle

Exemple 1 :



On donne AE = 4,2 cm , AC= 5,8 cm et EC = 4 cm

On calcule le plus grand côté au carré :

$AC^2 = 5{,}8^2 = 33{,}64$

On calcule la somme des carrés des 2 autres côtés

$AE^2 + EC^2 = 4{,}2^2 + 4^2$

$= 17{,}64 + 16$

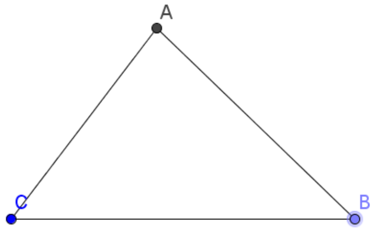
$= 33{,}64$

Donc : $AC^2 = AE^2 + EC^2$

Conclusion : D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EAC est rectangle en E

IV) Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Exemple :



AC = 6 cm BC = 10 cm AB = 7,7 cm

On calcule le plus grand côté au carré :

$BC^2 = 10^2 = 100$

On calcule la somme des carrés des 2 autres côtés

$AC^2 + AB^2 = 6^2 + 7{,}7^2$

$= 36 + 59{,}29$

$= 95{,}29$

Donc : $100 \neq 95{,}29$ d'où $BC^2 \neq AC^2 + AB^2$

Conclusion : Le triangle n'est pas rectangle