TN8 FONCTIONS AFFINES

I- Fonction linéaire

Soit a un nombre donné.

Lorsque, à chaque nombre x, on fait correspondre le produit $a \times x$, on définit une FONCTION LINÉAIRE.

On note : $f : x \longmapsto ax$; $f(x) = ax$ est l'image de x par f

Exemple : la formule A dans l'activité d'introduction.

Remarque : toute situation de proportionnalité peut s'exprimer par une fonction linéaire (a est alors le coefficient de proportionnalité : on multiplie x par a).

II- Fonction affine

Soient a et b deux nombres donnés.

Lorsque, à chaque nombre x, on fait correspondre le nombre $ax + b$, on définit une FONCTION AFFINE. On note : $f : x \longmapsto ax + b$

ou $f(x) = ax + b$ (on multiplie x par a puis on ajoute b)

Exemple : la formule B dans l'activité d'introduction.

Cas particuliers :

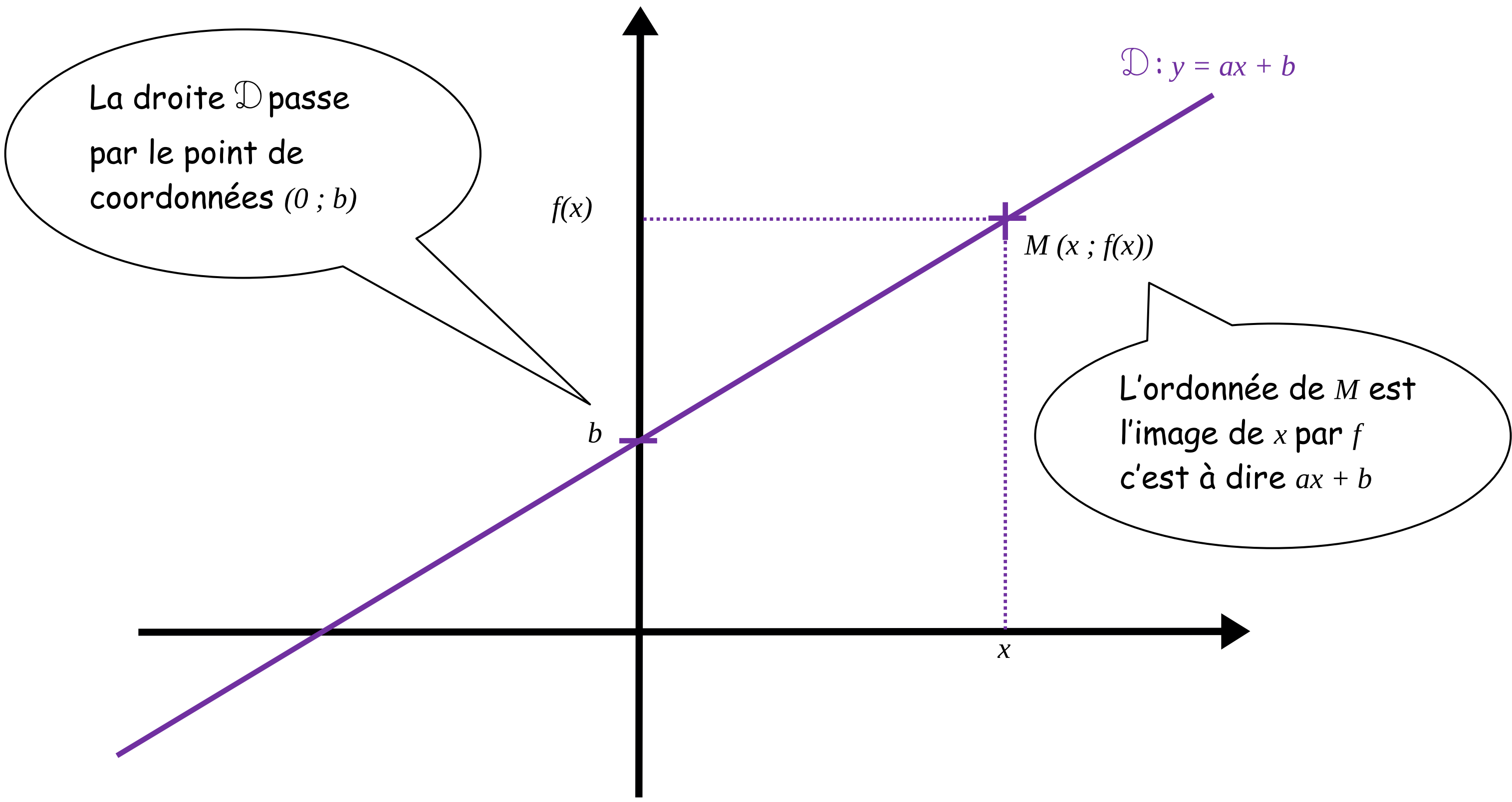
1) Si $b = 0$ alors $f(x) = ax$ est une fonction linéaire.
2) Si $a = 0$ alors $f(x) = b$ est appelée FONCTION CONSTANTE (toutes les valeurs de x ont la même image b)

III- Représentation graphique

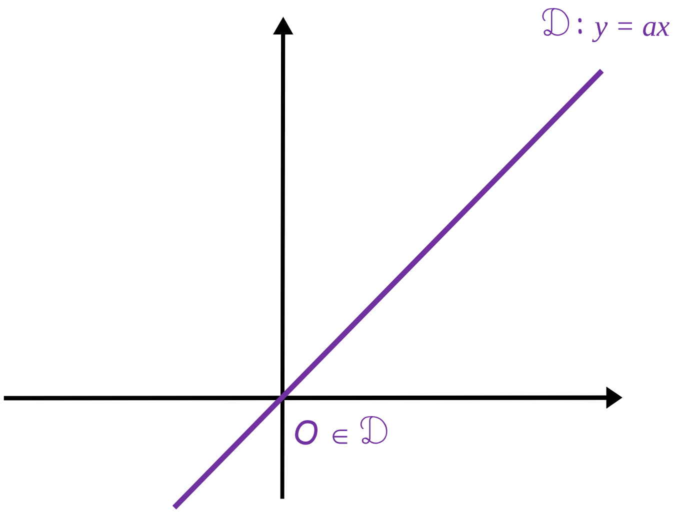
On considère une fonction affine $f : x \longmapsto ax + b$.

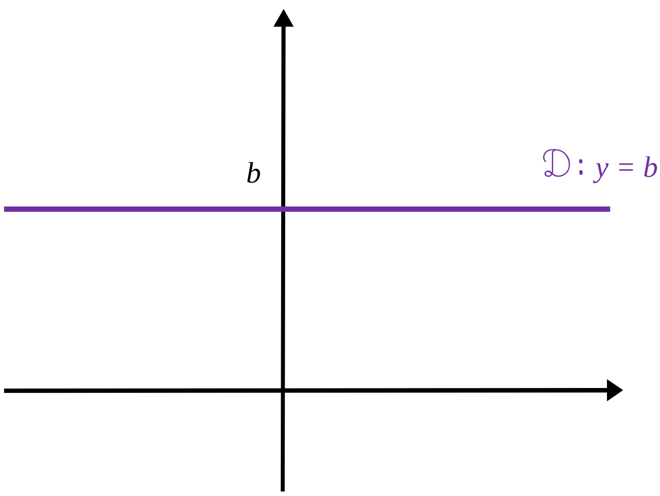
Sa représentation graphique est la droite $\mathcal{D}$ dont tous les points $M(x ; y)$ vérifient l'équation $y = ax + b$. On note : $\mathcal{D} : y = ax + b$

a s'appelle le coefficient directeur de la droite
b s'appelle l'ordonnée à l'origine



<u>Cas particuliers</u> :





Fonction linéaire $f : x \longmapsto ax$

(Une situation de proportionnalité se représente par une droite passant par l'origine)

Fonction constante $f : x \longmapsto b$

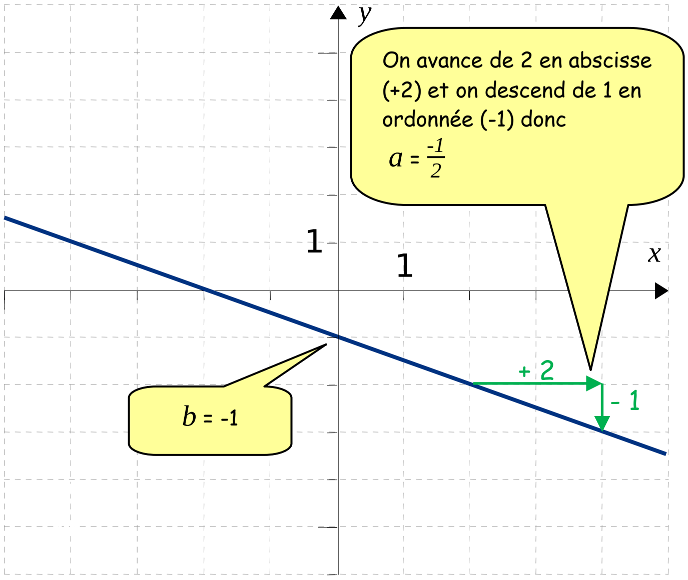
(La droite $\mathcal{D}$ est parallèle à l'axe des abscisses)

Remarques :

1) L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'abscisse 0.
2) A l'aide de deux points de la droite, on obtient le coefficient directeur :

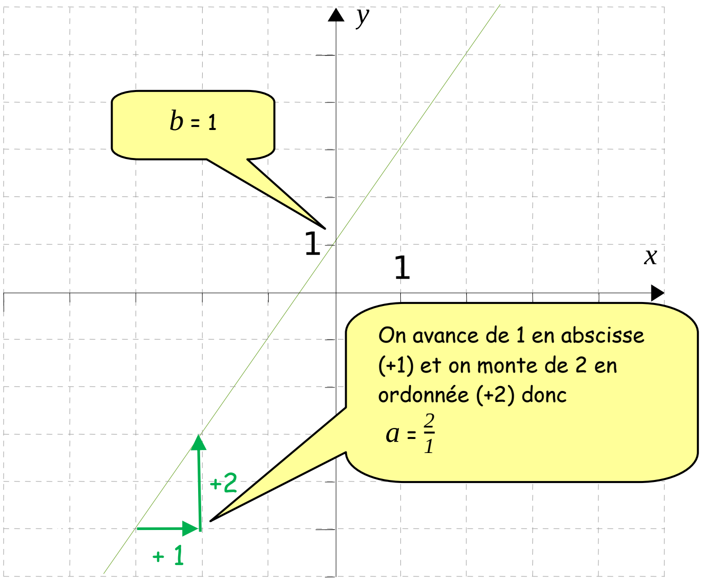
$$a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

Exemples :



$\mathcal{D} : y = \frac{-1}{2}x - 1$

si a est négatif, alors la fonction est décroissante.



$\mathcal{D} : y = 2x + 1$

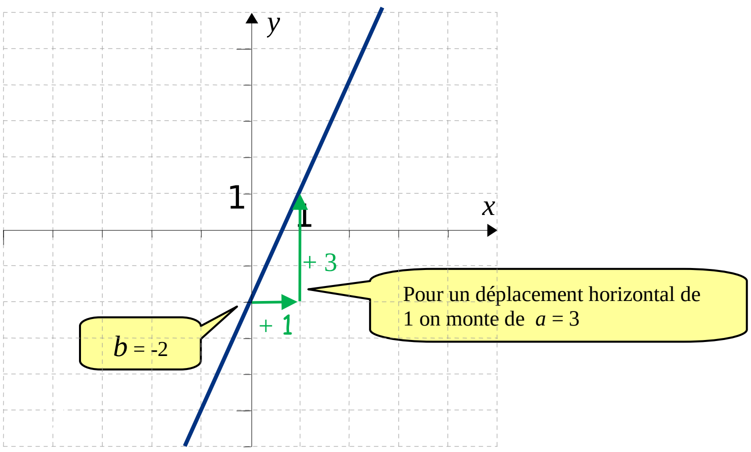
si a est positif, alors la fonction est croissante.

3) si deux droites ont le même coefficient directeur alors elles sont parallèles.

Application : construction rapide d'une droite $\mathcal{D} : y = ax + b$

1) On place le point de coordonnée $(0 ; b)$
2) D'après la formule $a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$, pour un déplacement horizontal de 1 à partir d'un point de $\mathcal{D}$, le déplacement vertical vaut a jusqu'à un deuxième point de la droite $\mathcal{D}$.

Exemple : tracer la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 3x - 2$



IV- Exemples

1) Une entreprise augmente ses prix de 3%.
   Quelle fonction linéaire relie le nouveau prix à l'ancien ?

On note x le tarif avant majoration

L'augmentation de 3% est égale à $\frac{3}{100} \times x$ c'est à dire $0{,}03x$

Le prix après la majoration vaut donc $x + 0{,}03x = (1 + 0{,}03) \times x = 1{,}03x$

On peut donc associer la fonction linéaire $f : x \longmapsto 1{,}03x$ à l'augmentation de 3%

2) Une autre entreprise réduit ses tarifs de 15%.
   Quelle fonction linéaire relie le nouveau prix à l'ancien ?

On note x le tarif avant réduction

La réduction de 10% est égale $\frac{15}{100} \times x$ c'est à dire $0{,}15x$

Le prix après la réduction vaut donc $x - 0{,}15x = (1 - 0{,}15) \times x = 0{,}85x$

On peut donc associer la fonction linéaire $g : x \longmapsto 0{,}85x$ à la diminution de 15%